BME fizikus szak – DIFFERENCIÁLEGYENLETEK. ÍRÁSBELI VIZSGA. 2008. december 17. 10+80=90 perc, 60%

Elméleti kérdések (3+5)=8%

- Differenciálegyenletek. Fogalmazza meg Ljapunov stabilitási tételét a lineáris közelítés alapján.
- Komplex függvények. Definiálja egy komplex függvény deriválhatóságát. Írja fel a Cauchy-Riemann egyenleteket. Mutasson példát egy deriválható és egy nem deriválható komplex függvényre.

Feladatok 8+(2*5)+(3*4)+(2*4)+14=52%

1. Oldja meg az $y' = -x\,e^{x-y}$ egyenletet. Találja meg az $y(0) = 0$ kezdeti érték feladat megoldását.
2. Határozza meg az $y'' + y' - 2y = 3e^x$ differenciálegyenlet $y(0) = 0,\, y'(0) = 1$ kezdeti érték feladatának megoldását (kétféleképpen: karakterisztikus egyenlet, Laplace transzformáció).
3. Rajzolja le az $\begin{aligned} \dot{x} &= -2x + ay \\ \dot{y} &= x - 2y \end{aligned}$ differenciálegyenlet-rendszer fázisképét az a paraméter $-1\,,\,1\,,\,9$ értékei esetén.
4. Számítsa ki $\oint_{\gamma_i} \frac{e^z}{\sin z} dz$ értékét, ha γ_i , $i = 1, 2$ origó középpontú 2^i sugarú kör (pozitív körüljárással).
5. Igazolja, hogy $v(x.y) = 2x + 6xy$ lehet egy differenciálható komplex függvény képzetes része. Találja meg a $u(0,0) = 1$ feltételt kielégítő valós részt. Számolja ki az így megadott komplex függvény vonal integrálját a $a = 1$ és a $b = i$ pontokat összekötő szakasz mentén (kétféleképpen: az integrál definíciója, Newton-Leibniz formula).

Sok szerencsét!