

Többváltozós Analízis Fizikusoknak. Előadások óránkénti bontásban. Ténylegesen megvalósult. 2015. tavasz.

Irodalom: THOMAS-féle KALKULUS 3. Typotex. ISBN 978 963 9664 28 9.

1. (Előadás, 2015-02-10). A vizsgálandó témák bemutatása (többváltozós függvények, térgörbék, felületek, skalárterek, vektorterek, komplex függvények, Taylor, laurent, Fourier sorok). Kétváltozós valós függvények. Grafikon. Descartes, polár koordináták. Deriválás (parciális, totális). Érintősík. Folytonos parciális deriváltakból következik a totális (bizonyítással).

2. (Előadás, 2015-02-17). Magasabb deriváltak – vegyes parciális deriváltak felcserélhetősége (bizonyítás nélkül). Taylor polinom. Szélsőérték problémák (lokális, globális-abszolút kompakt halmazon).

I. (Gyakorlat, 2015-02-18). Példák lokális, abszolút szélsőérték kiszámítására. Érintősík meghatározása.

3. (Előadás, 2015-02-19). Kettős integrál. Normál tartomány – felcserélhetőség. Visszavezetés két egymás utáni integrálásra. Helyettesítés (általános eset, polár koordináták).

4. (Előadás, 2015-02-24). Szétválasztható kettős integrálok. Kettős improprius integrál. A kettős integrál alkalmazásai (terület, térfogat, változó sűrűségű lemez tömege, tömegközéppontja, tehetetlenségi nyomatéka). Hármass integrál definíciója.

II. (Gyakorlat, 2015-02-25). Példák kettős integrálok kiszámítására (a határok felcserélésével, helyettesítéssel, lemezek tömegközéppontjának meghatározása). Elméleti alkalmazás (a konvolúciós integrál Laplace transzformáltja).

5. (Előadás, 2015-02-26). Hármass integrál (helyettesítés – gömbi koordináták). Hármass integrál alkalmazásai (térfogat, változó sűrűségű testek tömege, tömegközéppontja, tehetetlenségi nyomatéka). Skalárterek. Invariáns tárgyalás. Gradiens, Nabla. Láncszabály. Iránymenti derivált. Implicit, inverz függvény tétel legegyszerűbb változata. A feltételes szélsőérték (legegyszerűbb eset, 2 darab kétváltozós függvény).

6. (Előadás, 2015-02-27). Implicit, inverz függvény tételek általános esetben. A feltételes szélsőérték (általános eset). Térgörbék. Definíció. Ívhossz.

7. (Előadás, 2015-03-03). Térgörbék. Ívhossz szerinti parametrizálás. Görbület, torzió. Frenet formulák. Szemléltetés a csavarvonalon.

III. (Gyakorlat, 2015-03-04). Példák hármass integrálok kiszámítására, feltételes szélsőérték feladatokra (3, 2 változós függvényekkel, egy függvény, egy feltétel).

8. (Előadás, 2015-03-05). A görbeelmélet alaptétele (bizonyítással). A görbület, torzió számítása tetszőleges paraméterezés esetén. Síkgörbe görbülete.

9. (Előadás, 2015-03-10). Felületek, mint vektorfüggvények. Érintősík. A felszín kiszámítása különböző koordináták, paraméterezés esetén. Felület, mint kétváltozós függvény grafikonja. Bevezetés a felületek indexes tárgyalásába. A tenzor általános definíciója.

IV. (Gyakorlat, 2015-03-11). Térgörbe ívhossza, görbülete, torziója. Példák egyszerű felületek (gömb, kúp) felszínének kiszámítására. Feltételes szélsőérték (egy függvény, két feltétel).

10. (Előadás idejében tantermi gyakorlat, 2015-03-12). Felkészülés az 1. zárthelyi dolgozatra. Egy korábbi feladatsor megoldása.

11. (Előadás, 2015-03-17). Vektor-vektor függvények. Szemléltetési módok. Derivált tenzor és invariánsai (divergencia, rotáció). Nabla operátor. Deriválási szabályok. A potenciálfüggvény.

V. (Gyakorlat, 2015-03-18). Példák deriválásra, potenciálfüggvény megkeresésére.

1. zárthelyi dolgozat. (2015-03-19). Terem: F3. 213. Téma: többváltozós függvények.

12. (Előadás, 2015-03-19). Vonalintegrál (definíció, példák). Felületi integrál (definíció, példák).

13. (Előadás, 2015-03-24). Stokes általános integrál-átalakító tétele. Speciális esetei: Gauss-Osztrogradszkij tétel, Stokes speciális tétele, potenciálelmélet.

VI. (Gyakorlat, 2015-03-25). Példák görbementi integrál kiszámítására (potenciálfüggvény, definíció alapján). A Riemann geometriai bevezetés folytatása (metrikus tenzor, Christoffel szimbólumok).

14. (Előadás, 2015-03-26). A potenciálelmélet alaptételének bizonyítása (egyszeresen összefüggő tartományon ekvivalens a vektormező potenciállossága, konzervativitása, rotáció mentessége). Green formula. Síkbeli eset.

15. (Előadás, 2015-03-27). Síkbeli Gauss-Osztrogradszkij tétel. Divergencia és rotáció mentes vektormezők. Komplex algebra. Komplex függvények. Ábrázolás. Deriválás.

16. (Előadás, 2015-03-31). Komplex függvények deriválása. Cauchy-Riemann egyenletek. Harmonikus társkeresés. A derivált szemléletes tartalma, konformis leképezések. Elemi komplex függvények ($\exp$, $\ln$, $\sin$, $\cos$, stb.) sorfejtés, valós, képzetes rész, tulajdonságok.

VII. (Gyakorlat, 2015-04-01). Elemi komplex függvények. Invariáns alak – koordinátás alak. Tartományok képei. Deriváltak, integrálok. Harmonikus társkeresés.

17. (Előadás, 2015-04-07). Komplex integrál. Deriválható komplex függvények integrálja. Cauchy tétel, Cauchy formula.

VIII. (Gyakorlat, 2015-04-08). Lineáris törtfüggvények (kört egyenest körbe, egyenesbe képeznek). Komplex integrálok kiszámítása (primitív függvény, Cauchy formula alapján).

18. (Előadás, 2015-04-09). Egész komplex függvények. Korlátos egész függvény konstans. Az Algebra alaptételének bizonyítása. Laurent-sor. Reziduum tétel (csak kimondás).

IX. (Gyakorlat, 2015-04-09). Reziduumok kiszámítása pólusok esetén. Példák a Reziduum tétel alkalmazásaira.

19. (Előadás, 2015-04-14). Komplex függvények izolált szingularitásai (megszüntethető, pólus, lényeges). Laurent-sorba fejtés (bizonyítás). Reziduum tétel (bizonyítással).

20. (Előadás idejében tantermi gyakorlat, 2015-04-21). Felkészülés az 2. zárthelyi dolgozatra. Válogatott példák megoldása korábbi feladatsorokból.

21. (Előadás, 2015-04-28). Topológiai alapfogalmak. Topológikus tér, konvergencia. Metrikus tér. Banach-féle fix-pont tétel bizonyítással. Alkalmazása iterációs gyökkeresésre.

X. (Gyakorlat, 2015-04-29). Reziduumok kiszámítása általános pólus esetében (formula, parciális törtekre bontás). További gyakorló példás a másnapi zh-ra.

2. zárthelyi dolgozat. (2015-04-30). Terem: F3. 213. Téma: Vektoranalízis, komplex függvénytan.

22. (Előadás, 2014-04-30). Függvénysorozatok (pontonkénti, egyenletes konvergencia). Folytonosság, integrálás, deriválás.

XI. (Gyakorlat, 2015-05-05). 2. zárthelyi dolgozat példáinak megoldása (vektoranalízis, komplex függvénytan – részben).

XII. (Gyakorlat, 2015-05-06). 2. zárthelyi dolgozat példái megoldásának befejezése (komplex függvénytan – részben). Függvénysorozatok. Trigonometrikus polinomok.

23. (Előadás, 2014-05-07). Függvénysorok (pontonkénti, egyenletes, abszolút konvergencia). Folytonosság, integrálás, deriválás. Weierstrass kritérium. Hatványsorok konvergenciája. Fourier sorok (egyenletes konvergencia feltételezésével).

24. (Előadás, 2014-05-08). A közönséges differenciálegyenletek egzisztencia és unicitás tételének bebizonyítása Banach tételével a megoldáshoz tartó egyenletesen konvergens függvénysorozat segítségével (Picard-féle approximáció).

25. (Előadás, 2014-05-12.). Fourier sorok pontonkénti (Dini tétel), egyenletes (sorösszeg általánosítása, Fejér tétel), L^2 konvergenciája. A mértékelmélet alapjai. Nem mérhető halmaz.

XIII. (Gyakorlat, 2015-05-13.). Pót zárthelyi dolgozat az érintetteknek. A többieknek példák, elmélet (Dirichlet integrál) a Fourier sorok témaköréből.

26. (Előadás, 2014-05-14.). Lebesgue integrál (vázlatosan). Felületi vektormezők, kovariáns deriválás. Rövid összefoglaló értékelés a hallgatók részvételével.

Összesen 41 alkalommal 2 órás foglalkozás.