

TTK, Matematikus alapszak
Differenciálegyenletek 1 (BMETE93AM15)

Az előadáson elhangzott tananyag óránkénti bontásban

2016. szeptember 7. 1. előadás.

Közönséges differenciálegyenlet fogalma. A megoldás definíciója. Az egzisztencia és unicitás tétel kimondása (bizonyítás nélkül). Példa: $dy/dx=y$, $y(0)=1$.

Lemma az ekvivalens integrálegyenletről (bizonyítással).

A Lipschitz feltétel. Gronwall-Bellman-Bihari lemma (bizonyítással). Az unicitás tétel bizonyítása.

Elsőrendű közönséges változó együtthatós inhomogén lineáris differenciálegyenlet megoldó képlete (levezetéssel).

Szétválasztható egyenletek. Megoldás (bizonyítással).

Házi feladat. Elolvasásra: Thomas 9.1, 9.2., 9.5 (részben). Megoldásra: 9.1.17., 9.2.15., 9.5.17.

2017. szeptember 14. 2. előadás.

Helyettesítés. Szétválaszthatóra visszavezethető egyenletek (homogén fokszerű). Lineárisra visszavezethető egyenletek (Bernoulli).

További egzisztencia és /vagy unicitás tételek kimondása (Peano, Picard, Cauchy). Közelítő megoldási módszerek (PICARD, EULER, NEWTON). Példa $dy/dx=y$, $y(0)=1$.

Differenciálegyenletek szimmetrikus alakban. Egzaktt differenciálegyenletek. Példa: $dy/dx=-x/y$. Multiplikátor módszer.

2017. szeptember 21. 3. előadás.

Elsőrendű autonóm egyenletek. Pályagörbék (inflexiós pontokkal), jellegzetes integrálgörbék.

Másodrendű egyenletek. Példák: $my''=mg$, $y''+y=0$.

Állandó együtthatós lineáris másodrendű egyenletek. Az inhomogén egyenlet megoldása a próbafüggvény módszerrel. Példa: $my''=mg$.

Házi feladat. Elolvasásra: Thomas 9.4. Példák: 9.4. 3,8.

2017. szeptember 28. 4. előadás.

Állandó együtthatós lineáris másodrendű egyenletek. Az inhomogén egyenlet megoldása a próbafüggvény módszerrel. Példa: $y''+y = \sin^2 x + e^{-x} + \cos x$.

Laplace transzformáció (definíció, derivált, integrál Laplace transzformáltja). Az $dy/dx=y$, $y(0)=1$, illetve a vele ekvivalens integrál egyenlet megoldása Laplace transzformációval.

2017. október 5. 5. előadás.

Minta 1. zárthelyi dolgozat megoldása. Benne állandók variálása módszer lineáris egyenletek partikuláris megoldásának meghatározásához, legalacsonyabb fokszerű homogén állandó együtthatós egyenlet felírása egy megoldásából.

2017. október 10. 6. előadás.

1. zárthelyi dolgozat (kedden 8:15-től az E. I. C. teremben).

2017. október 12. 7. előadás.

1. zárthelyi dolgozat feladatainak megoldása. Megtekintés lezárása.

2017. október 26. 8. előadás.

Közönséges differenciálegyenlet-rendszerek. Egzisztencia és unicitás tétel kimondása.

Lineáris változó együtthatós differenciálegyenlet-rendszerek. A megoldás folytathatósága.

Homogén eset. Alaprendszer, alapmátrix, Wronski determináns. Inhomogén eset. Egy partikuláris megoldás megkeresése az állandók variálásával. Megoldó képlet.

Lineáris állandó együtthatós differenciálegyenlet-rendszerek. Megoldás (i) az A mátrix sajátértékei, sajátvektorai segítségével, (ii) mátrixfüggvények, $\exp(At)$ alapmátrix. Megoldó képlet.

2017. november 9. 9. előadás.

Nemlineáris autonóm rendszerek a síkon. Lokális linearizálás. Poincaré tétele.

Ljapunov stabilitás. Definíciók. Tétel (bizonyítással) stabilitás a lineáris közelítés alapján.

2017. november 23. 10. előadás.

Minta zárthelyi dolgozat megoldása.

2017. november 28. 11. előadás.

2. zárthelyi dolgozat. E.I.C.

2017. november 30. 12. előadás. Az egzisztencia és unicitás tétel bizonyítása (Banach-féle fix pont tétellel). Folytathatóság (általános, illetve lineáris rendszerekre).

2017. december 5. 13. előadás.

A kezdeti értékektől való folytonos függés. A kezdeti értékektől való differenciálható függés.

A paraméterektől való differenciálható függés. Minden bizonyítással.

Zárszó, ajánlás.