

TTK, Matematikus alapszak
Differenciálegyenletek 1 (BMETE93AM15)

Elhangzott tananyag óránkénti bontásban

2016. szeptember 8. 1. előadás.

Közönséges differenciálegyenlet fogalma. A megoldás definíciója. Az egzisztencia és unicitás tétel kimondása (bizonyítás nélkül).

Lemma az ekvivalens integrálegyenletről (bizonyítással).

Példák: $dy/dx=y$, $dy/dx=1+y^2$, $dy/dx=3*y^{2/3}$.

A Lipschitz feltétel. Gronwall-Bellman-Bihari lemma (bizonyítással). Az unicitás tétel bizonyítása.

Hasonló tételek (Peano, Cauchy) kimondása

2016. szeptember 8. 1. gyakorlat.

Szétválasztható egyenletek. Megoldás (bizonyítással).

Elsőrendű közönséges változó együtthatós inhomogén lineáris differenciálegyenlet megoldó képlete.

Példák az előző egyenletekre.

Ortogonalis, izogonalis trajektóriák. Elmélet, példa.

Házi feladat. Elolvasásra: Thomas 9.1, 9.2., 9.5 (részben). Megoldásra: 9.1.11., 9.2.15., 9.5.17.

2016. szeptember 15. 2. előadás.

Szétválaszthatóra visszavezethető egyenletek (homogén fokszerű).

Lineárisra visszavezethető egyenletek (Bernoulli).

Közelítő megoldási módszerek (PICARD, EULER, NEWTON).

Exakt differenciálegyenletek. Példa: $dy/dx=-x/y$. Multiplikátor módszer.

2016. szeptember 15. 2. gyakorlat.

Bernoulli egyenlet ($y^3(2y'+y)=x$) megoldása.

Az $(x+y)y'=y$ egyenlet megoldása 3-féle módszerrel (homogén fokszerű, $\mu(y)$ alakú multiplikátor, lineáris y független változóval).

Lineáris elsőrendű egyenlet megoldó képletének bizonyítása (háromféleképpen: megoldó képlet - visszahelyettesítés, x -től függő multiplikátor, az állandó variálása).

2016. szeptember 22. 3. előadás.

Elsőrendű autonóm egyenletek. Pályagörbék, integrálgörbék.

Másodrendű egyenletek. Példák: $y''=0$, $my''=mg$.

Állandó együtthatós lineáris másodrendű egyenletek. Az inhomogén egyenlet megoldása a próbafüggvény módszerrel.

Laplace transzformáció (definíció, deriváltak Laplace transzformáltja). Az előbbi egyenlet típus megoldása Laplace transzformációval.

2016. szeptember 22. 3. gyakorlat.

$y''+y=1$. Ötféleképpen (most 3: kitalálás, állandó együtthatós, Laplace transzformált).

Elsőrendű autonóm egyenletek. Pályagörbék, integrálgörbék. Házi feladat. Elolvasásra:

Thomas 9.4. Példák: 9.4. 3,8.

2016. szeptember 29. 4. előadás.

Hiányos másodrendű egyenletek ($y''=f(y,y')$ eset).

Változó együtthatós lineáris másodrendű egyenletek. Redukció a homogén nem triviális megoldása ismeretében. Az inhomogén megoldása az állandók variálásával.

Euler egyenlet (kétféleképpen: visszavezetés állandó együtthatósra, a homogén megoldásának keresése x - hatvány alakban).

Laplace transzformáció (az integrál Laplace transzformáltja – példa $dy/dx=y$, $y(0)=1$ integrál alakban).

2016. szeptember 29. 4. gyakorlat.

Hiányos másodrendű egyenletek ($y''=f(y,y')$ eset, $y''+y=1$, $y(0)=y'(0)=0$, a további 2 eset).

Változó együtthatós lineáris másodrendű egyenletek. Redukció a homogén nem triviális megoldása ismeretében. Az inhomogén megoldása az állandók variálásával. A vizsgált egyenlet: $xy''-(1+x)y'+y=x^2\exp(x)$.

Euler egyenlet (kétféleképpen: visszavezetés állandó együtthatósra, a homogén megoldásának keresése x - hatvány alakban). A vizsgált egyenlet: $x^2y''-3xy'+3y=x^2$.

Laplace transzformáció (példa integrált tartalmazó kifejezés Laplace transzformáltjára).

2016. október 6. 5. előadás.

Laplace transzformáció további tulajdonságai (eltolások, konvolúciós integrál).

Megadott függvényekhez alacsony rendű egyenletek keresése, melynek megoldásai.

A variációszámítás alapfeladata.

2016. október 6. 5. gyakorlat.

Példa vizsgasor megoldása.

2016. október 10. 6. előadás.

1: zárthelyi dolgozat.

2016. október 13. 6. gyakorlat.

Az 1. zárthelyi dolgozat feladatainak megoldása..

2016. október 20. 7. előadás.

Közönséges differenciálegyenlet-rendszerek. Egzisztencia és unicitás tétel kimondása. A megoldás folytathatósága.

Lineáris változó együtthatós differenciálegyenlet-rendszerek. A megoldás folytathatósága. Homogén eset. Alaprendszer, alapmátrix, Wronski determináns. Inhomogén eset. Egy partikuláris megoldás megkeresése az állandók variálásával. Megoldó képlet.

Lineáris állandó együtthatós differenciálegyenlet-rendszerek. Megoldás (i) az A mátrix sajátértékei, sajátvektorai segítségével, (ii) mátrixfüggvények, $\exp(At)$ alapmátrix. Megoldó képlet.

2016. október 20. 7. gyakorlat.

Síkbeli állandó együtthatós homogén lineáris rendszerek megoldása. Nyereg, csomó, fókusz esetére példák.

2016. október 27. 8. előadás.

Nemlineáris autonóm rendszerek a síkon. Lokális linearizálás. Poincaré tétele. Szemléltetés (Kolmogorov rendszerek).

A kezdeti értékektől való folytonos függés. Bizonyítás (Gronwall-Bihari lemma).

A kezdeti értékektől való differenciálható függés. Variációs rendszer.

2016. október 27. 8. gyakorlat.

Síkbeli állandó együtthatós homogén lineáris rendszerek megoldása. További példák a fókusz, esetére.

Síkbeli állandó együtthatós homogén lineáris egyenletek. Visszavezetés rendszerekre. Példák (harmonikus oszcillátor, közegellenállás, stb.). A rendszerek visszavezetése egyenletekre.

Síkbeli állandó együtthatós inhomogén lineáris egyenletek. A próbafüggvény módszer.

2016. november 3. 9. előadás.

A kezdeti mértékektől való differenciálható függés. Példa (űrhajózás, Leonov ledobott fényképezőgép kupakja).

2016. november 3. 9. gyakorlat.

Nemlineáris autonóm rendszerek a síkon. Lokális linearizálás. Poincaré tétele. Szemléltetés (Kolmogorov rendszerek).

Többses sajátérték esete rendszerekre.

2016. november 10. 10. előadás.

Ljapunov stabilitás. Definíciók. Tétel (bizonyítással) stabilitás a lineáris közelítés alapján. Routh-Hurwitz kritérium (csak kimondás). Szükséges feltétel: a karakterisztikus egyenlet együtthatói azonos előjelűek.

2016. november 10. 10. gyakorlat.

Minta zárthelyi dolgozat megoldása.

2016. november 21. 11. előadás.

2 zárthelyi dolgozat.

2016. november 24. 11. gyakorlat.

A 2. zárthelyi dolgozat válogatott feladatainak megoldása.

2016. december 1. 12. előadás.

Bizonyítások (egzisztencia és unicitás tétel, a kezdeti értékektől való differenciálható függés...).

2016. december 1. 12. gyakorlat.

Próba vizsgadolgozat megoldása.

2016. december 8. 13. gyakorlat.

Javító / pótló zárthelyi dolgozat.

2016. december 8. 13. előadás.

Ljapunov stabilitás a lineáris közelítés alapján (példa, a gőzgép modellje).

Összefoglalás. A Differenciálegyenletek 2. tárgy rövid bemutatása.