

TTK, Matematikus alapszak, Differenciálegyenletek (előadás, gyakorlat)

Előadás BMETE93AM03; Gyakorlat BME TE93AM04. **Követelmény:** Előadás 4/0/0/v/4; Gyakorlat 0/020/f/2

Az első 5 hét előadásain ténylegesen elhangzottak rövid leírása. Ebből az 1. zárthelyi dolgozat anyagát az első és másodrendű közönséges differenciálegyenletekre vonatkozók képezik.

1. előadás (2015. szeptember 7.).

Közönséges differenciálegyenlet-rendszer fogalma. A megoldás definíciója. Lemma az ekvivalens integrálegyenletről (bizonyítással). A Gronwall lemma (bizonyítással). A Lipschitz feltétel. Az unicitás tétel bizonyítása. Példák: $dx/dt=x$, $dx/dt=3*x^{(2/3)}$.

1. gyakorlat (2015. szeptember 11., Dr. Tóth János). Közönséges differenciálegyenletek megoldása számítógépes módszerekkel.

2. előadás (2015. szeptember 14.).

Az egzisztencia és unicitás tétel bizonyítása (a Banach-féle fix pont tétel segítségével). Hasonló tételek (Peano, Cauchy) kimondása. A megoldás folytathatósága.

3. előadás (2015. szeptember 18). Elsőrendű közönséges differenciálegyenletek. Szétválasztható, lineáris egyenlet analitikus megoldása. Közelítő megoldási módszerek (NEWTON, EULER, PICARD, izoklinák).

2. gyakorlat (2015. szeptember 18). Példák elsőrendű közönséges differenciálegyenletek megoldására integrálással (szétválasztható, lineáris), közelítő megoldási módszerekkel (NEWTON, EULER, PICARD, izoklinák).

4. előadás (2015. szeptember 21.).

n -ed rendű differenciálegyenletek visszavezetése n -dimenziós rendszerekre (az „Átviteli Elv”). Lineáris differenciálegyenlet-rendszerek. Példák (harmonikus oszcillátor, Frenet formulák, párhuzamos eltolás – Christoffel szimbólumok. A megoldások folytathatósága (bizonyítással). A megoldások lineáris függetlensége.

5. előadás (2015. szeptember 25.).

Helyettesítés elsőrendű differenciálegyenletekben – visszavezetés szétválaszthatóra, lineárisra (homogén fokszámú, Bernoulli). Ortogonális, izogonális trajektóriák. Egzakt differenciálegyenletek. Multiplikátor módszer. A lineáris egyenlet megoldó képletének bizonyítása.

3. gyakorlat (2015. szeptember 25). Az $(x+y)y'=y$ egyenlet megoldása 3-féle módszerrel (homogén fokszámú, $\mu(y)$ alakú multiplikátor, lineáris y független változóval).

6. előadás (2015. szeptember 28.).

Lineáris változó együtthatós differenciálegyenlet-rendszerek. Homogén eset. Alaprendszer, alapmátrix, Wronski determináns. Inhomogén eset. Egy partikuláris megoldás megkeresése az állandók variálásával. Megoldó képlet.

Lineáris állandó együtthatós differenciálegyenlet-rendszerek. Mátrixfüggvények. Az $\exp(At)$ alapmátrix. Megoldó képlet.

7. előadás (2015. október 2.).

Másodrendű differenciálegyenletek.

Hiányos másodrendűek visszavezetése elsőrendűre.

Lineáris másodrendű egyenletek. Elmélet – visszavezetés 2-dimenziós rendszerre. Változó együtthatós egyenletek (a megoldás struktúrája, az állandók variálásának módszere). Állandó együtthatós egyenletek. Próbafüggvény módszer.

4. gyakorlat (2015. október 2.). Az $y''+y'=2\exp(-x)$, $y(0)=0$, $y'(0)=-2$ kezdeti érték probléma megoldása 3-féle módszerrel (visszavezetés elsőrendűre, állandó együtthatós lineáris, állandók variálása).

8. előadás (2015. október 5.).

Autonóm egyenletek, rendszerek. A pályák (trajektóriák) nem metszik egymást. Fáziskép fogalma.

Egydimenziós autonóm rendszer (egyenlet). Pályák ábrázolása a jobb oldal grafikonja alapján.

Az egyenlet megoldása (szétválasztható).

Kétdimenziós eset. Homogén lineáris rendszer megoldása, fázisképének ábrázolása. Valós sajátértékek esete. Nyereg, csomópont.

9. előadás (2015. október 9.).

Homogén lineáris rendszer megoldása, fázisképének ábrázolása. Komplex konjugált sajátértékek esete. Centrum, fókusz.

Másodrendű lineáris változó együtthatós egyenletek. A homogén egy nem triviális megoldása ismeretében visszavezetés elsőrendű egyenletre. Az állandók variálása módszer levezetése ebben a speciális esetben.

5. gyakorlat (2015. október 9.).

Minta zárthelyi feladatsor megoldása.