

Az előadásokon az első 5 héten ténylegesen elhangzottak rövid leírása. Ebből az 1. zárthelyi dolgozat anyagát az 4 héten elhangzottak képezik.

1. előadás (2015. szeptember 8.).

Valós számok axiomatikus bevezetése (Farkas Jegyzet alapján).

Természetes, egész, racionális, komplex számok. Példák a kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás létére, nemlétére (síkvektorok, halmazműveletek). Valós számsorozat konvergenciájának definíciója.

Topológikus tér definíciója. Konvergencia topológikus terekben. Konvergencia „elfajult” topológiák (minden részhalmaz nyílt, csak az üres halmaz és a tér nyílt) esetén.

2. előadás (2015. szeptember 9.).

Cantor-féle egymásba skatulyázott zárt intervallumok metszete nem üres (bizonyítással a Dedekind axiómából).

Numerikus sorozatok. Konvergencia, korlátosság, monotonitás definíciók. Tételek bizonyítással (1. Minden konvergens sorozat korlátos. 2. Minden monoton, korlátos sorozat konvergens.).

Példák háromféle sorozat megadási módra: képlettel – $(n+1)/n$, $(-1)^n$, szövegesen – gyök 2 n tizedes jegyű közelítése, rekurzíven – Fibonacci sorozat, gyök 2 érintő módszerrel.

Metrikus tér definíciója.

3. előadás (2015. szeptember 15.).

Konvergens numerikus sorozatok összeadása, kivonása, szorzása, osztása. Szorzás bizonyítással.

A részsorozat fogalma. A Cauchy konvergencia definíciója. Tételek bizonyítással (1. Minden korlátos sorozatnak létezik konvergens részsorozata. 2. A valós számok körében a konvergencia és a Cauchy konvergencia ekvivalenciája.). Visszatérés a 2. előadás példáira.

Egyebek. Végtelenhez tartó sorozat definíciója. Utalás az „e” szám különböző bevezetési módjaira.

Konvergencia metrikus terekben. Teljes metrikus tér definíciója. Példák (valós, racionális számok).

4. előadás (2015. szeptember 22.).

Egyváltozós valós függvények. Határérték, folytonosság – definíciók (ϵ, δ – sorozatos, pontban, intervallumon, stb.).

Kompaktság (sorozat kompaktság) definíciója. Tétel (bizonyítással), hogy $\mathbb{R}$, $\mathbb{R}^n$ -ben a kompaktság ekvivalens a korlátossággal, zárttsággal.

Kompakton megadott folytonos valós függvények korlátosak, van maximumuk, minimumuk (Weierstrass tételei bizonyítással). Az $[a, b]$ zárt intervallum speciális esete.

A folytonos függvények tere (mint metrikus tér).

A Banach-féle fixpont tétel (bizonyítással, az egyértelműség nélkül).

5. előadás (2015. szeptember 23.).

Egyváltozós valós függvények deriválása. Két ekvivalens definíció. Példa: $f(x)=x^3$. Fermat tételének bizonyítása (a szélsőértékhelyen a derivált nulla). Közéértéktételek bizonyítással (Rolle, Lagrange, Taylor formula).

6. előadás (2015. szeptember 29.).

A deriválás alkalmazásai. Függvényvizsgálat – következtetések az $f(x)=0$ (gyökök), $f'(x)=0$ (stacionárius pontok, lehetséges maximum, minimum helyek), $f''(x)=0$ (lehetséges inflexiós pontok) feltételekből. Monotonitás. Példa (hajtogatott doboz térfogata mikor maximális, $V(x)=x(4-2x)^2$ függvény vizsgálata).

7. előadás (2015. szeptember 30.).

Lokális függvényvizsgálat összefoglalása.

Deriválási szabályok (összeadás, kivonás, szorzás, osztás – szorzás bizonyítással).

Az összetett függvény fogalma, deriválása.

Az inverz függvény fogalma, létezése, grafikonja, deriválhatósága, deriváltja.

Példák $f(x)=x^n$, $n=-1, 0, 1, 2, 3$.

8. előadás (2015. október 6.).

Elsőrendű közönséges differenciálegyenlet fogalma. Az egzisztencia és unicitás (létezés és egyértelműség) tétel kimondása (egyelőre bizonyítás nélkül).

Az exponenciális függvény bevezetése, mint az $y'=y$, $y(0)=1$ kezdeti érték feladat megoldása. A megoldás Taylor sora. Az $e^{a+b}=e^a e^b$ azonosság bizonyítása. Az exponenciális függvény grafikonja. A logaritmus ($\ln$) függvény (grafikon, derivált, azonosságok, stb.).

A $\cosh$ (ch) és $\sinh$ (sh) függvények és inverz függvényeik (arsh, arch) definíciója, deriváltak, azonosságok, grafikonok, stb. A hiperbola paraméterezése. A láncgörbe.

9. előadás (2015. október 7.). Tantermi gyakorlat.

Minta zárthelyi dolgozat megoldása. Benne feladatok az első 4 hét anyagából (sorozatok, indukciós bizonyítás, derivált definíciója, függvényvizsgálat).

